

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2004
Sessione suppletiva**

5 Considerato un triangolo equilatero di altezza h e detto P un suo qualsiasi punto interno, indicare con x , y , z le distanze di P dai lati del triangolo. La somma $x + y + z$ risulta:

- A) sempre maggiore di h ;
- B) sempre minore di h ;
- C) sempre uguale ad h ;
- D) a volte maggiore di h , a volte minore, a volte uguale.

Una sola risposta è corretta. Individuarla e fornire un'esauriente spiegazione della scelta effettuata.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2004
Sessione suppletiva

5 Sia P un punto interno al triangolo ABC e indichiamo con L , M e N i piedi delle perpendicolari condotte da P ai lati AB , BC e AC rispettivamente. Tracciamo l'altezza CH relativa alla base AB e la parallela ad AB passante per P che interseca il triangolo in D ed E e l'altezza CH in Q come si osserva in figura 8.

Le ipotesi sono $\overline{PL} = x$, $\overline{PM} = y$, $\overline{PN} = z$ e $\overline{CH} = b$.

Per costruzione $\overline{QH} = \overline{PL} = x$ perché il quadrilatero $PLHQ$ è un rettangolo e $\overline{CQ} = \overline{CH} - \overline{QH} = b - x$.

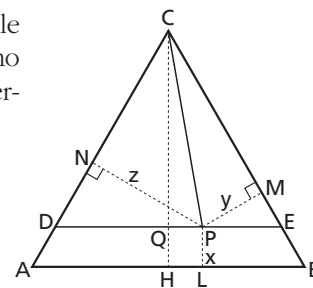
Il triangolo CDE è simile al triangolo ABC e quindi è anch'esso equilatero. Indichiamo con l la misura di uno dei suoi lati. Se congiungiamo C con P notiamo che $A_{CDE} = A_{CDP} + A_{CEP}$, che PM è l'altezza del triangolo CEP relativa alla base CE , e che PN è l'altezza del triangolo CDP relativa alla base CD .

Quindi: $A_{CDE} = \frac{1}{2} l \overline{CQ} = \frac{1}{2} l (b - x)$; $A_{CDP} = \frac{1}{2} l \overline{PN} = \frac{1}{2} l z$; $A_{CEP} = \frac{1}{2} l \overline{PM} = \frac{1}{2} l y$.

Si ottiene:

$$A_{CDE} = A_{CDP} + A_{CEP} \Leftrightarrow \frac{1}{2} l (b - x) = \frac{1}{2} l y + \frac{1}{2} l z \Leftrightarrow b - x = y + z \Leftrightarrow b = x + y + z.$$

Quindi la somma $x + y + z$ è sempre uguale ad b e la risposta esatta è la C).



▲ Figura 8.