

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2005  
Sessione suppletiva**

- 3** Alberto e Gianna sono chiamati a risolvere la seguente equazione:  $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$ . Alberto ottiene come soluzione gli angoli  $x$  tali che:  $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$  oppure  $x = \frac{5}{12}\pi + k\pi$  ( $k$  intero qualsiasi); Gianna trova la seguente soluzione:  $x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}$  ( $k$  intero qualsiasi).  
È vero o è falso che Alberto ha risolto correttamente e Gianna no? Fornire una risposta esauriente.

**SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME**  
**CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2005**  
**Sessione suppletiva**

**3** Utilizzando la formula di duplicazione, l'equazione  $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$  è equivalente all'equazione  $\sin 2x = \frac{1}{2}$  che ha soluzioni:

$$2x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee 2x = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi \quad \rightarrow \quad x = \frac{\pi}{12} + k\pi \vee x = \frac{5}{12}\pi + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

La risposta di Alberto è quindi esatta.

Le soluzioni fornite da Gianna,  $x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + k \frac{\pi}{2}$ , possono essere scritte diversamente, distinguendo se  $k$  è pari o dispari, nel seguente modo:

- per  $k$  pari, cioè  $k = 2k'$  ( $k' \in \mathbb{Z}$ ),  $x = \frac{\pi}{12} + 2k' \frac{\pi}{2}$  ovvero  $x = \frac{\pi}{12} + k'\pi$ ;
- per  $k$  dispari, cioè  $k = 2k' + 1$  ( $k' \in \mathbb{Z}$ ),  $x = -\frac{\pi}{12} + (2k' + 1) \frac{\pi}{2}$  ovvero  $x = \frac{5}{12}\pi + k'\pi$ .

Pertanto la soluzione data da Gianna è esatta ed è equivalente a quella fornita da Alberto.