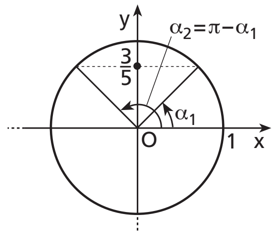
ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO DI ORDINAMENTO • 2004
Sessione suppletiva

10 Di triangoli non congruenti, di cui un lato è lungo 10 cm e i due angoli interni adiacenti ad esso, α e β, sono tali che sen $\alpha = \frac{3}{5}$ e sen $\beta = \frac{24}{25}$, ne esistono:

A) 0; B) 1; C) 2; D) 3.

Una sola risposta è corretta. Individuarla e fornire una spiegazione esauriente della scelta operata.

10 La somma degli angoli interni di un triangolo è uguale ad un angolo piatto, quindi deve essere $0 < \alpha + \beta < \pi$. La conoscenza di $\operatorname{sen}\alpha$ e di $\operatorname{sen}\beta$ non determina univocamente gli angoli α e β. Dato un numero positivo x ci sono 2 angoli minori di π il cui seno vale x, che sono un angolo acuto ed il suo supplementare ottuso. Infatti come mostrato in figura 11, l'equazione $\operatorname{sen}\alpha = \frac{3}{5}$ ha due soluzioni: $\alpha_1 = \operatorname{arcsen}\left(\frac{3}{5}\right) \simeq 0{,}65$ e $\alpha_2 = \pi - \operatorname{arcsen}\left(\frac{3}{5}\right) \simeq 2{,}5$; analogamente l'equazione $\operatorname{sen}\beta = \frac{24}{25}$ ha due soluzioni: $\beta_1 = \operatorname{arcsen}\left(\frac{24}{25}\right) \simeq 1{,}29$ e $\beta_2 = \pi - \operatorname{arcsen}\left(\frac{24}{25}\right) \simeq 1{,}86$.



▲ **Figura 11.**

Verifichiamo quali e quante coppie di angoli soddisfano la relazione $0 < \alpha + \beta < \pi$, escludendo subito la combinazione $\alpha_2 + \beta_2$ perché un triangolo non può avere 2 angoli ottusi.

Essendo $\begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 = 0{,}65 + 1{,}29 = 1{,}94 < \pi \\ \alpha_1 + \beta_2 = 0{,}65 + 1{,}86 = 2{,}51 < \pi \\ \alpha_2 + \beta_1 = 2{,}5 + 1{,}29 = 3{,}79 > \pi \end{cases}$, si ottengono le combinazioni possibili, che sono due. Quindi esiste un solo triangolo con un lato di 10 cm ed angoli adiacenti $\alpha = \alpha_1$ e $\beta = \beta_1$ entrambi acuti, ed un solo triangolo ottusangolo con lato di 10 cm e angoli adiacenti $\alpha = \alpha_1$ e $\beta = \beta_2$. La risposta è quindi la C) perché esistono due triangoli non congruenti che soddisfano le ipotesi del quesito.